

# Simulation (compléments du Chapitre 7)

Yves Aragon\*

Université Toulouse 1 Capitole

1<sup>er</sup> avril 2011

## 7.1 Exercices

### Exercice 7.1 (Simulation d'un SARMA)

On veut simuler une série obéissant à (1.2).

- Tirer d'abord 290 observations i.i.d. suivant la loi de  $z_t$ .
- Simuler d'après cette série, une série de 240 valeurs obéissant à (1.2)

### Réponse.

Cette simulation est effectuée par

```
> # graine
> set.seed(2761)
> innov1 = rnorm(290, sd=4.18)
> y = arima.sim(list(order = c(12, 0, 1), ma=-.7, ar=c(rep(0, 11), .9)),
+   innov=innov1, n.start =50, n = 240) +50
> y.ts = ts(y, frequency=12, start=c(1920, 1))
> ytr=cbind(y.ts, nottem)
> colnames(ytr)=c("série simulée", "température")
```

Notons simplement que `innov1` correspond à  $z_t$ , `y` à  $y_t - 50$  et qu'on a dû expliciter que les coefficients de la régression de  $y_t$  sur ses valeurs passées jusqu'en  $t - 11$ , sont nuls.

### Exercice 7.2 (ARIMA)

On veut simuler une série de 200 valeurs d'une autorégression dont le polynôme a deux racines strictement supérieures à 1 et une racine égale à 1 :

$$(1 - \frac{B}{1.4})(1 - B)(1 - \frac{B}{1.9}).$$

et la variance du bruit est égale à 1.

- Calculer le polynôme d'autorégression.
- Si on essaie de simuler cette série directement à l'aide de `arima.sim()`, qu'observe-t-on ? La série obéit à un ARIMA(2,1,0). Après avoir consulté l'aide en ligne de cette fonction, reformuler la simulation pour pouvoir utiliser `arima.sim()`.
- Simuler la série à l'aide de `simulate()`.

---

\*aragon@cict.fr

### Réponse.

- Calcul du polynôme d'autorégression.

```
> require(polynom)
```

```
autop=polynomial(c(1,-1/1.4))*polynomial(c(1,-1))*polynomial(c(1,-1/1.9))
```

- Simulation directe. On obtient une erreur car la partie autorégressive du modèle n'est pas stationnaire. Le processus à simuler étant un ARIMA(2,1,0), on peut exprimer le facteur du terme en  $(1-B) : (1-B/1.4)(1-B/1.9)$  et simuler l'ARIMA :

```
> autop1 = polynomial(c(1,-1/1.4))*polynomial(c(1,-1/1.9))
> asim8b = arima.sim(n=60, list(ar = -autop1[-1],
+ order=c(2,1,0)))
```

- Pour simuler la série à l'aide de `simulate()`, on construit le modèle via `ARMA()` puis on le simule

```
> require(dse)
> AR = array( autop1, c(length(autop1),1,1))
> MA = array(1, c(1,1,1))
> mod2 = ARMA(A=AR, B = MA)
> asim8c= simulate(mod2, sampleT=60, sd=1.5)
```

ainsi, alors que `arima.sim()` ne peut simuler que des ARMA ou des ARIMA explicites, `simulate()`, comme `filter()` peut simuler toute autorégression.

## 7.2 Intervention

### Exercice 7.3

On dispose d'une série de 100 observations. On sait qu'à la date  $t1 = 10$ , une intervention a provoqué une hausse brutale du niveau moyen de la série qui est progressivement revenue à son niveau antérieur à la date  $t1$ . D'autre part, en  $t2 = 25$ , une autre intervention a provoqué une baisse progressive, avec des oscillations, du niveau moyen vers un niveau durablement inférieur.

1. Ecrire formellement ce mécanisme. On notera  $\omega_i, \delta_i, i = 1, 2$  les paramètres des deux interventions.
2. Ecrire le code R pour calculer cet effet. Choisir des valeurs sensées pour les paramètres.

### Réponse.

L'intervention en  $t1$  est associée à une impulsion  $P_t^{t1}$  et un amortissement du type

$$\frac{\omega_1}{1 - \delta_1 B}, \quad \omega_1, \delta_1 > 0$$

et celle en  $t2$ , qui dure, est associée à un échelon  $S_t^{t2}$  et l'amortissement est du même type avec maintenant  $\omega_2 > 0, \delta_2 < 0$ . Sans autres précisions, l'intervention en  $t2$  va provoquer un saut de  $\omega_2$ . On peut l'atténuer en introduisant une intervention ponctuelle  $P_t^{t2}$  de coefficient  $\omega_3 < 0$ .

A la date  $t2$  la série est nécessairement en train de revenir à son niveau moyen initial quand survient l'événement.