Modèle d'analyse de la variance à 2 facteurs. ①.

→ Expliquer le Poids par le Sexe Promo, interaction Sexe * Promo.

→ Modèle : $\begin{cases} Y_{ijk} = \mu + \alpha_i + \beta_j + \gamma_{ij} + E_{ijk} \\ E_{ijk} \text{ iid } N(0, \sigma^2) \end{cases}$

$\begin{cases} i = 1,2 \\ j = 1,2,3 \end{cases}$ n_{i+} n_{ij}. $n = \sum_i \sum_j n_{ij}$

n_{+j}.

↳ Interprétation des effets.

→ Dispositif : le plan est il équilibré / orthogonal

$\begin{cases} 1). \text{ Equilibré : } \forall i,j : n_{ij} = cste \\ 2). \text{ Orthogonal : } \forall i,j : n_{ij} = \dfrac{n_{i+} \times n_{+j}}{n} \end{cases}$

Remarque : . On a tjs $1 \Rightarrow 2$

. Si $2 \Rightarrow$ les effets des facteurs sont toujours distinguables.

↳ Proc Freq :

→ Vérifier les hypothèses (résidus) → Rappel Cochran (cours).

+ test avec le modèle nul.

Rappel sur les sommes de Carrés :

$$SCM = \sum_{ijk} \left(y_{ij\circ} - y_{\circ\circ\circ}\right)^2 \quad \rightarrow (IJ - 1).$$

$$SCE = \sum_{ijk} \left(y_{ijk} - y_{ij\circ}\right)^2 \quad \rightarrow (n - IJ)$$

$$SCT = \sum_{ijk} \left(y_{ijk} - y_{\circ\circ\circ}\right)^2 \quad \rightarrow (n - 1)$$

Remarque : SCT = cste $\Rightarrow$ ne dépend pas du modèle.

$$\left\{\begin{array}{lll} SCF_1 = \sum_{i=1}^{I} n_{i+} \left(y_{i\circ\circ} - y_{\circ\circ\circ}\right)^2 & & I-1 \\ SCF_2 = \sum_{j=1}^{J} n_{+j} \left(y_{\circ j\circ} - y_{\circ\circ\circ}\right)^2 & & J-1 \\ SCF_1{\times}F_2 = \sum_{i} \sum_{j} n_{ij} \left(y_{ij\circ} - y_{i\circ\circ} - y_{\circ j\circ} + y_{\circ\circ\circ}\right)^2 & & (I-1)(J-1) \\ SCE = \sum_{i} \sum_{j} \sum_{k=1}^{n_{ij}} \left(y_{ijk} - y_{ij\circ}\right)^2 & & n - IJ \end{array}\right.$$

$\rightarrow$ si le dispositif est équilibré n_{ij} = cste

$$SCT = \underbrace{SCF_1 + SCF_2 + SCF_1{\times}F_2}_{\text{interprétation facile de la décomposit}^{\circ}} + SCE$$

⇒ Explique la difficulté rencontrée pour spécifier les sommes de variation dans un modèle avec 1 plan déséquilibré

⇒ plusieurs raisonnements possibles.
↳ plusieurs sommes de carrés.

Tests de modèles emboîtés :

M_0 : $Y_{ijk} = \mu + \varepsilon_{ijk}$ $\quad$ SCT =

M_α : $Y_{ijk} = \mu + \alpha_i + \varepsilon_{ijk}$ $\quad$ $SCT = SCM_\alpha + SCR_\alpha$

M_β : $Y_{ijk} = \mu + \beta_j + \varepsilon_{ijk}$ $\quad$ $SCT = SCM_\beta + SCR_\beta$

$M_{\alpha\beta}$: $Y_{ijk} = \mu + \alpha_i + \beta_j + \varepsilon_{ijk}$

M_c : $Y_{ijk} = \mu + \alpha_i + \beta_j + \gamma_{ijk} + \varepsilon_{ijk}$.

Notion de Réduction :

$R(\alpha|\mu)$: Représente la diminution des sommes des carrés résiduelles quand on passe du modèle comportant les effets μ au modèle comportant les effets $\mu\alpha$.

$= SCR_\mu - SCR_{\mu,\alpha}$

Sommes de type I : On suppose qu'il y a des effets plus importants que d'autres.

→ Tests séquentiels.

$$\rightarrow \begin{cases} Y_{ijk} = \mu + \alpha_i \;/\; Y_{ijk} = \mu \Rightarrow R(\alpha \mid \mu) \\ Y_{ijk} = \mu + \beta_j + \alpha_i \;/\; Y_{ijk} = \mu + \alpha_i \Rightarrow R(\beta \mid \mu, \alpha) \\ Y_{ijk} = \mu + \alpha_i + \beta_j \;/\; Y_{ijk} = \mu + \alpha_i + \beta_j \Rightarrow R(\gamma \mid \mu, \alpha, \beta) \end{cases}$$

Sommes de type III : On prend en compte l'interaction

$$\rightarrow \begin{cases} Y_{ijk} = \mu + \beta_j + \gamma_{ij} \;/\; Y_{ijk} = \mu + \beta_j + \alpha_i + \gamma_{ij} \\ \quad = \mu + \alpha_i + \gamma_{ij} \;/\; \quad = \\ \quad = \mu + \alpha_i + \beta_j \;/\; \quad = \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{array}{l} R(\alpha \mid \mu, \beta, \gamma^*) \\ R(\beta \mid \mu, \alpha, \gamma^*) \\ R(\gamma \mid \mu, \alpha, \beta) \end{array}$$

à voir en cours.
↳ version contrainte de l'interact°.

Test des différences de moyennes : instruction means.

$H_0 = \{ \alpha_1 = \alpha_2 \}$ $\quad \hat{\alpha}_i = Y_{i..} - \hat{\mu}$ si $\begin{cases} \sum \beta_j = 0, \sum_i \gamma_{ij} = 0 \\ \sum \alpha_i = 0 \; \sum_j \gamma_{ij} = 0 \end{cases}$

$H_0 = \{ \beta_1 = \beta_2 \}$ $\quad = Y_{iJ.} - Y_{IJ.}$ si $\begin{cases} \alpha_I = 0 \\ \beta_J = 0 \\ \gamma_{iJ} = 0 \end{cases} \; \gamma_{Ij} = 0$

$\hat{\mu} = Y_{IJ.}$

→ Comparaisons 2 à 2 ⇒ besoin d'une correction pour l'erreur de 1ère espèce
⇒ Bonferroni.

→ Donne un intervalle de confiance de la différence
↳ si $0 \in IC$ → non signif.

↳ Si il existe un terme d'interaction on peut ajuster une moyenne aux autres effets.

$$\tilde{\alpha}_i = \hat{\mu} + \hat{\alpha}_i + \frac{1}{J} \sum_{j=1}^{n_j} \hat{\beta}_j + \frac{1}{J} \sum_{j=1}^{n_j} \hat{\gamma}_{ij}$$

$$\Rightarrow \tilde{\alpha}_i - \tilde{\alpha}_{i'} = \hat{\alpha}_i - \hat{\alpha}_{i'} + \underbrace{\frac{1}{J} \sum_{j=1}^{n_j} (\hat{\gamma}_{ij} - \hat{\gamma}_{i'j})}_{\text{ajustement}}$$

→ Résultat : change peu car l'interact° n'est pas importante

Analyse de la Covariance.

$$Y_{ijk} = \mu + \alpha_i + \beta x_{ijk} + \gamma_i x_{ijk} + \varepsilon_{ijk}.$$

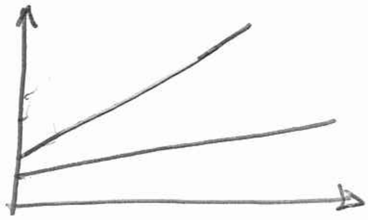
→ prise en compte d'une covariable continue

→ le sexe a-t-il une influence sur la relat° poids taille.

① Sommes de type I.

↳ tester l'effet de l'interact°.

Interprétation géométrique.



⇒ hypothèse nulle : les droites sont parallèles.

↳ On accepte H_0..

②- hypothèse nulle : les droites sont horizontales

③- " " : l'ordonnée à l'origine est la m. ⇒ les droites sont confondues

mais en type I ⇒ $\exists \beta$ dedans.

→ type III = non signi.

→ les droites sont confondues.