



# Mathématiques pour les Sciences de la Vie – CC3

## Jeudi 4 juin 2015 – Durée 60 minutes

### Instructions

Ce formulaire sera analysé par lecture optique, toute intervention manuelle rendue nécessaire par le non-respect des règles ci-dessous sera sanctionnée par un retrait de points.

- Pour cocher une case, remplissez la en noir (■) en utilisant un stylo noir.
- Pour corriger effacez la case avec du correcteur

blanc (ex. Tipp-Ex®).

- N’inscrivez rien dans l’en-tête ou dans les marges des pages : répondez dans les cadres prévus à cet effet.
- Les exercices peuvent être traités indépendamment les uns des autres.

### Identité

Renseignez les champs ci-dessous et codez votre numéro d’étudiant ci-contre.

<b>NOM et PRÉNOM :</b> ..... <b>Numéro d’étudiant :</b> .....
--

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

### Exercice 1

La fréquence cardiaque (battements par minute, bpm) au repos a été mesurée chez 200 hommes américains âgés de plus de 20 ans, choisis aléatoirement dans la population générale. Les valeurs ont été rangées en 7 classes. Les effectifs observés ( $obs_i$ ) dans chaque classe sont donnés dans le tableau suivant :

Pouls (bpm)	< 47	[47; 56[	[56; 65[	[65; 74[	[74; 83[	[83; 92[	≥ 92
$obs_i$	7	19	32	46	45	28	23

Une étude préalable a permis de montrer que le rythme cardiaque est distribué dans la population masculine adulte américaine selon une loi normale  $\mathcal{N}(71; 15)$ , de moyenne  $\mu = 71$  bpm et d’écart-type  $\sigma = 15$  bpm.

On veut savoir si l’échantillon observé est compatible avec cette distribution : on va réaliser un test d’ajustement d’une distribution observée à une distribution théorique (test du  $\chi^2$  d’ajustement).

**Question 1** Quelles sont les conditions d’application du test ?

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> $\frac{1}{2}$	<input type="checkbox"/> 1
----------------------------	--	----------------------------



**Question 2** Quelles hypothèses posez vous ?

0   $\frac{1}{2}$   1

**Question 3** Le tableau incomplet ci-dessous donne les effectifs attendus,  $th_i$ , sous  $H_0$  :

Pouls (bpm)	< 47	[47; 56[	[56; 65[	[65; 74[	[74; 83[	[83; 92[	$\geq 92$
$th_i$	10.96	20.77	37.18		41.78	26.22	16.15

Donner la valeur manquante du tableau. Justifier en une égalité votre résultat.

0   $\frac{1}{2}$   1

**Question 4** Le tableau incomplet ci-dessous donne les  $\chi^2$  partiels,  $\chi_i^2$ , c'est à dire la contribution de chaque catégorie  $i$  à la statistique du  $\chi^2$  globale.

Pouls (bpm)	< 47	[47; 56[	[56; 65[	[65; 74[	[74; 83[	[83; 92[	$\geq 92$
$\chi_i^2$	1.43	0.15		0.02	0.25	0.12	

Donner les deux valeurs manquantes du tableau.

0   $\frac{1}{2}$   1

**Question 5** La valeur de la statistique du  $\chi^2$  obtenue avec cet échantillon est de 5.61. Que concluez-vous au risque de première espèce  $\alpha = 0.05$ ? Préciser le calcul du nombre de degrés de liberté pour l'obtention de la valeur critique.

0  1  2



## Exercice 2

Le pouls est mesuré chez 50 garçons américains âgés de 12 à 15 ans, sans trouble du rythme cardiaque et sans traitement affectant le rythme cardiaque. On ne dispose d'aucune information *a priori* sur la variance du pouls dans la population de référence. Les données ont été regroupées comme dans l'exercice 1 en 7 classes, on note  $n_i$  l'effectif observé pour la classe dont la valeur du pouls est  $x_i$  et on donne :

$$\sum n_i x_i = 3823.15 \quad \sum n_i x_i^2 = 312250.64$$

**Question 6** Calculer les estimations ponctuelles de la moyenne,  $\hat{\mu}$ , et de la variance,  $\hat{\sigma}^2$ , du pouls chez les garçons américains de 12 à 15 ans. 0 1 2

**Question 7** Donner un intervalle de confiance à 99%, c'est à dire avec un risque de première espèce  $\alpha = 0.01$ , du pouls dans cette population. 0 1 2

**Question 8** Peut-on dire, au risque  $\alpha = 0.01$  que le pouls moyen chez les garçons américains diffère de 71 bpm ? 0 1 2

## Exercice 3

On veut savoir si la fréquence cardiaque, c'est à dire le pouls, est un indicateur valable du risque de décès. Pour cela, on dispose d'une étude réalisée à Chicago aux Etats-Unis de 1957 à 1974. Le tableau suivant présente le nombre de décès et de survies enregistrés sur 17 ans (1957-1974), chez 1899 hommes âgés de 40 à 55 ans en 1957, répartis selon le pouls mesuré en 1957.



Pouls (bpm)	Décès	Survie	Total
$\leq 70$	56	341	397
71 – 75	41	318	359
76 – 80	80	393	473
81 – 89	76	291	367
$\geq 90$	69	234	303
Total	322	1577	1899

**Question 9** Peut-on dire, au risque de première espèce  $\alpha = 0.05$ , que le risque de décès est lié au pouls mesuré en 1957 ?

$H_0$  : Pouls et risque de décès sont indépendants

$H_1$  : Pouls et risque de décès sont liés

0 1 2 3 4 5

### Exercice 4

La probabilité de décès sur une période donnée est d'autant plus élevée que le sujet est âgé. On souhaite donc savoir si le rythme cardiaque dépend de l'âge afin de décider si l'effet du rythme cardiaque sur la mortalité n'est pas simplement le reflet de l'effet de l'âge sur la mortalité.

Pour cela, on a mesuré le pouls au repos chez 25 hommes âgés de 40 à 48 ans et chez 20 hommes âgés de 49 à 55 ans, sans trouble du rythme cardiaque et sans traitement pouvant altérer le rythme cardiaque. Ces deux échantillons sont aléatoires et simples ; comme les conditions de recueil des données sont distinctes des autres enquêtes présentées (en particulier les hommes atteints de pathologie cardiaques ou sous traitement cardio-régulateur n'ont pas été exclus), on ne peut pas considérer que l'écart-type du pouls vaut 15 bpm. La moyenne,  $\bar{x}$  et l'écart-type  $s_x$  du pouls pour



ces deux échantillons sont :

Classe d'âge	$n$	$\bar{x}$ (bpm)	$s_x$ (bpm)
A : [40 – 48]	25	69.5	13.7
B : [49 – 55]	20	74.6	11.4

**Question 10** Au risque de première espèce de 5%, tester s'il y a égalité des moyennes entre ces deux populations.

0 1 2 3 4 5